I Champs de vitesses cosmiques
Perturbations
Etapes

II Recherche d'attracteur
Problème du repère
Tests dipolaire ou quadripolaire
Résultats

III Reconstruction du Champ des Vitesses
Principe de la reconstruction
Ondelettes

Deux réponses possibles au problème cosmogonique :

• 1 L'univers était au début très chaotique, irrégulier, turbulent (plus qu'aujourd'hui). Les irrégularités fortes se sont estompées mais il en reste les traces : modèles turbulents.

Ces scénarios turbulents ont été abandonnés à la suite de la découverte du FDC (1965) : un univers turbulent ne peut avoir engendré un FDC aussi homogène.

• 2 INSTABILITE GRAVITATIONNELLE :

L'univers était au début très lisse mais de très faibles hétérogénéités se sont développées. Ces scénarios sont actuellement en vogue dans le cadre des modèles de big-bang. Quelle est la toute première origine des (petites) fluctuations initiales? Comment ont-elles pu s'amplifier?

Instabilité gravitationnelle

Perturbations aux modèles de Friedman-Lemaître.

Aucun processus connu n'est capable de créer des fluctuations de densité (ou de vitesse) suffisantes dans l'univers récent. Donc les fluctuations datent de très longtemps ($z > 10^6$).

C'est ce que supposent les scénarios standard.

Ces scénarios diffèrent les uns des autres.

• par le modèle cosmologique supposé (quelle version des modèles de Friedman?) : valeur des paramètres H_0, Ω, Λ,... nature de la masse cachée, avec ou sans inflation,....

• par les propriétés des fluctuations initiales : ce sont les conditions initiales du problème cosmogonique, de l'instabilité gravitationnelle.

Pour aborder la formation des galaxies (ou des structures)

• Fluctuations de densité : $\delta\rho = \rho - \langle\rho\rangle$, $\delta = \dfrac{\delta\rho}{\langle\rho\rangle}$.

• vitesses : H_0 D +V

Ces vitesses sont engendrées par la fluctuation du potentiel gravitationnel ϕ.

• ϕ est lui-même engendré par les fluctuations de densité de masse :

$\Delta\phi = 4\pi G a^2 \rho_0 \delta$ (équation de Poisson)

Les différents scénarios cosmogoniques : ils diffèrent essentiellement par les conditions initiales.

Évolution des fluctuations de densité (dans l'univers en expansion).

Les fluctuations **AUTOGRAVITANTES** évoluent selon un ensemble de 3 équations (Hydrodynamique dans l'univers en expansion.):

- 1 Conservation de la masse

$$d\rho/dt + \rho\, \nabla . \mathbf{V} = 0$$

- 2 Conservation de la quantité de mouvement :

(approximation sans pression).

$$d\mathbf{V}/dt + \mathbf{V}.\, \nabla\mathbf{V} = -\, \nabla\, \phi \quad [+ \frac{1}{\rho}\, .\nabla p]$$

- 3 Equation de Poisson : les fluctuations de densité sont à la source du champ gravitationnel.

$$\Delta\, \phi = \; -\, 4\, \pi\, G\, \rho\ .$$

Le problème général ne peut être résolu.

Il commence par une phase linéaire : pas de terme "de convection" (celui qui pourrait engendrer de la turbulence, créer de la vorticité).

On sait résoudre exactement le problème linéaire : toutes les quantités varient proportionnellement à un facteur de croissance linéaire b(t). [$\propto$ R(t)].

La validité de la phase linéaire est incertaine.

Elle suppose δ <<1. Pas de couplage de modes (entre différentes échelles), pas d'hydrodynamique,... Sa validité est sans doute beaucoup moins générale que l'utilisation habituellement faite.

exemple : on calcule le spectre de masse des structures qui se forment en supposant qu'il est déterminé lors de la phase linéaire (formalisme de Press-Schechter). C'est à peu près certainement faux (bien que cela soit en accord avec certaines observations et certaines simulations numériques). C'est en tous cas non justifié.

Les champs de vitesses cosmiques

Comment explorer la distribution de la masse dans l'univers ?
• En cartographiant des objets : galaxies, amas, gas, etc.
Mais la luminosité ne trace pas la masse.
Paramètre de biais : inconnu (et trop simpliste)

• Par effet de lentille gravitationnelle : OK pour certaines configurations précises.

• En analysant les champs de vitesses dans le potentiel engendré par cete distribution de masse : courbes de rotation des galaxies, dispersion de vitesses ou température du gaz chaud dans les amas.
A plus grande échelle :
champs de vitesses propres des galaxies.
(qui se superposent aux vitesses de Hubble :

$$cz = H_0 D + V_{propre})$$

Selon les conceptions actuelles, ces vitesses propres sont dues à l'effet gravitationnel des inhomogénéités de la matière (autre manifestation du phénomène d'instabilité gravitationnelle qui conduit également à la formation des galaxies et des grandes structures).
De leur étude, on espère :
• cartographier la distribution actuelle de masse dans l'univers. Par exemple retrouver les amas ou superamas par l'attirance gravitationnelle qu'ils exercent ; et/ou mettre en évidence des attracteurs.
• explorer les caractéristiques du processus (instabilité gravitationnelle ?) responsable de cette distribution.
• reconstituer les conditions initiales du développement des fluctuations.

Il s'agit d'étudier des perturbations aux modèles de Friedman-Lemaître. Rappelons
facteur d'échelle $R(t) \propto t^{2/3}$ (dominé par la matière)
$\rho_0(t) \propto a(t)^{-3} \propto t^{-2}$.
$\mathbf{X} = a(t)\,\mathbf{x}$, **x** position comobile

perturbations :
densité : $\rho = \rho_0 + \delta\rho$, $\delta = \delta\rho/\rho_0$

On travaille en coordonnées comobiles :

$d\mathbf{X}/dt = H\,\mathbf{X} + a\,\mathbf{x}'$,

$H = a'/a$ = constante de Hubble

$H\,\mathbf{X}$ = vitesses d'expansion

$\mathbf{V} = a\,\mathbf{x}'$ = vitesse propre.

Ces vitesses propres sont engendrées par la fluctuation du potentiel gravitationnel ϕ.

ϕ est lui-même engendré par les fluctuations de densité de masse :

$\Delta\phi = 4\pi\, G\, a^2\, \rho_0\, \delta$ (équation de Poisson)

En principe l'analyse du champ des vitesses $\mathbf{V}(\mathbf{x})$ permet de retrouver le champ des fluctuations de densité $\delta(\mathbf{x})$.

Cela permet

• une comparaison aux autres estimateurs du potentiel

• une confrontation au champ de densité numérique δN des galaxies (ou autres objets) : facteur de "biais".

• de "remonter le temps" en calculant le champ des fluctuations initiales qui a donné lieu à l'état actuel. Comme ces fluctuations initiales se situent au moment de la recombinaison, cela donne des contraintes sur le fond diffus cosmologique.

• d'estimer la valeur actuelle du champ des fluctuations de masse,

- etc.

Plusieurs étapes

• 1 • Etape cinématique :

Mesurer et analyser le champ des vitesses V sans chercher sa cause (le potentiel gravitationnel qui l'a créé)

observationnellement, la seule source de vitesses propres sont les décalages vers le rouge z : 2 problèmes

- il faut séparer décalage cosmologique et vitesse propre
- on n'a que la composante radiale.

analyses possibles :

* mesures de dispersions de vitesses, de corrélations de vitesses.
* recherches d'attracteurs
* reconstitution du champ complet.

Un problème essentiel (en dehors des erreurs et bias) est celui du mauvais échantillonage des points de mesures.

Je présenterai :

1 - recherche d'attracteurs

2 - reconstitution du champ complet

• 2 • Etape dynamique

Comment, à partir du champ des vitesses, retrouver, le champ de densité, ou le champ de potentiel gravitationnel, ou les conditions initiales qui l'ont créé?

Je présenterai (prochain séminaire) les méthodes dynamiques permettant cette reconstitution.

LES MESURES DE VITESSES

On mesure

le décalage z (par spectroscopie)

et un indicateur de distance p (largeur de raie par example) qui donne accès à la distance D

Alors $V_r = cz - H_0 D$.

* on n'a que la composante radiale
* erreur aléatoire : 20% sur D
* erreur systématique : biais de type Malmquist. Pas de problème en principe à condition d'avoir un bon échantillon pour la calibration, de ma itriser les effets de sélection, et d'appliquer un traitement statistique correct (ce qui n'a pas toujours été fait). En plus, biais inhomogènes.
* mauvais échantillonage : on ne connait Vr que là où il y a des galaxies mesurables : grosses lacunes, inhomogénéité des catalogues
* La non-connaissance de H_0 n'est pas un problème trop important car on n'a pas besoin de connaître les distances en unités de distance.

A toutes ces restrictions près, on peut admettre que l'on connaît le champ $V_r(\mathbf{x})$.

catalogue typique : Burstein et al. (7 samourai)

Que peut-on faire de ces données?

Je me limiterai à deux sortes de travaux : recherches d'attracteur, et reconstitution du champ complet (une autre possibilité est par exemple l'estimations du **tenseur de corrélation des vitesses**, qui joue un rôle très important).

HYPOTHESE DE LINEARITE

La croissance des fluctuations de densité obéit à un système d'équations non-linéaires. Lorsque les vitesses propres (ou, de manière équivalente le contraste de densité) sont très petits, on peut négliger les termes quadratiques dans les équations qui deviennent linéaires, et faciles à résoudre. Cette hypothèse est certainement justifiée au moment de la recombinaison.

Jusqu'à quand ?

Elle est certainement fausse lorsque le contraste de densité devient de l'ordre de 1.

La plupart des travaux admettent sa validité dans des conditions douteuses :

alors que la valeur moyenne $<\delta> < 1$. Dans ce cas, par le jeu de la statistique, il y a des endroits où $\delta > 1$. Les simulation hydrodynamiques montrent que de tels événements, mêmes rares, peuvent avoir une influence considérable (c'est par exemple le cas en turbulence). Donc, sauf preuve explicite (inexistante), on ne peut appliquer l'approximation linéaire dès que la valeur effective (et non moyenne) de δ devient non négligeable devant 1).

lorsque les fluctuations à une échelle spatiale L donnée (au sens du spectre de Fourier) sont petites, alors qu'elles sont davantage développées à d'autres échelles. En fait, le découplage des échelles n'est justifié, précisément, que durant la phase linéaire. On ne peut donc parler d'échelles séparées dès qu'une des échelles est non-linéaire. En particulier, l'approximation linéaire n'est pas justifiée, même à grande échelle, si les petites échelles sont non-linéaires (comme c'est le cas depuis $z > 3\text{-}10$, au moins.

Les erreurs introduites par cette approximation non-justifiée sont d'autant plus importante que l'on s'intéresse à des moments d'ordre élevé (et, spécifiquement, d'ordre impair).

Conclusion : il faut être très prudent avec les résultats trouvés sous l'hypothèse d'approximation linéaire ! r c'est le cas de la plupart des résultats tirés des champs de vitesses propres.

Hypothèse d'irrotationalité (champ potentiel)

v= **grad** ψ.

ψ est le potentiel cinématique (proportionel au potentiel gravitationnle dans l'approximation linéaire).

Si les fluctuations sont engendrées via un processus gravitationnel, elles sont, au départ, purement potentielles. Et elles le restent pendant la phase linéaire. Si le processus initial crée de la vorticité, celle-ci décroit durant la phase linéaire.

Une composante non potentielle ne peut être engendrée et amplifiée que pendant une phase non-linéaire.

Dans toutes les analyses qui suivent on suppose le champ potentiel. C'est une hypothèse moins forte que celle de linéarité, mais c'est une hypothèse. Dans la mesure où les effets non-linéaire ont toujours été négligés dans les traitements dynamiques, on peut la remettre en cause (Henriksen - MLR), .

RECHERCHE d'ATTRACTEUR.

On sait qu'une fluctuation de masse attire la matière. (exemple connu depuis longtemps : chute sur Virgo). On peut faire une analyse du même type pour le champ des vitesses cosmiques , à plus grande échelle (après s'être débarassé du champ de Hubble).

Les 7 samouraï, à partir du catalogue de Burstein et al., ont appliqué une procédure de fit et trouvé une convergence vers un centre, le Grand Attracteur.

Cette première analyse peut être sujette à quelques critiques :

* 1) il y a17 paramètres libres. Pourquoi pas 12 ou 27? Ily a un côté arbitraire dans la forme du champ que l'on cherche à fitter aux données.

* 2) L'analyse est faite dans le repère du CMB.

* 3) Il y a une grande sensibilité au biais. Un biais sur les distances (erreur systématique) mime un champ de vitesse, donc un potentiel.

* 4) dans le fit, il n'y a pas de place pour une composante rotationnelle.

* 5) Le catalogue de données est très mal échantilloné.

* 6) Les centres de convergence sont définis comme attracteurs. L'interprétation comme condensations de matière n'est pas immédiate.

Le grand attracteur trouvé se situe au bord du catalogue. On ne peut donc voir s'il y a bien convergence dans l'autre sens, au delà du GA. Des travaux récents utilisant de nouvelles données n'ont pas montré de telle convergence.

Le GA se situe dans une zone obscurcie par les poussières du plan galactique. La distribution de la matière dans cette zone reste mùal connue.

Finalement il n'est pas clair de savoir les contributions relatives de toutes les structures (amas, vides, etc.) ; et d'éventuelles structures encore plus lointaines. Autrement dit, si le GA existe bien, n'est-il pas lui-même attiré par une autre concentration.

analyse Rauzy - MLR - Henriksen : répond à 1,2 et 4 ; partiellement à 3. Ce n'est)pas une méthode de fit. Elle répond à la seule question de l'existence d'un GA, et de sa distinction avec un flot constant. (voir ci-dessous)

idée géométrique :

S'il y a un attracteur, la composante radiale de la vitesse est nulle sur la ZRS (zero redshift sphere). Il est >0 ou <0 selon que l'on est dedans ou dehors.

$V = V_{attracteur} + V_{ensemble} + V_{random} + V_{biais}$

D'où l'idée de proposer un test qu séparе ces composantes.

DTS :

V_{random} , V_{biais} --> 0

$V_{attracteur} = V_{ensemble}$

QTS

V_{random} --> 0

Le problème du repère.

(1) Les observations du fond diffus cosmologiques (FDC) s'interprètent en écrivant que notre Galaxie a une vitesse par rapport à la surface de dernière diffusion : 600 km/sec dans la direction $\mathbf{d}_{FDC}$.

(2) Les galaxies autour de nous ont des vitesses propres mesurées, par rapport à nous, relativement faibles.

Donc, si l'on se place dans le repère défini par le FDC, toutes les galaxies présentent un mouvement d'ensemble de 600 km/sec. C'est ce mouvement qui est interprété comme du au GA. Ce qui est obtenu par un ajustement, dans le repère du FDC. Mais il y a un biais. Dans ce repère, il y a une vitesse d'ensemble <V> = 600 km/Sec. Et l'ajustement impose de converger vers quelque chose. Autrement dit, la méthode d'ajustement n'est pas indépendante du repère.

Si l'on admet que la LSS est un bon "repère absolu", il est justifié de faire l'analyse dans ce repère. Mais on peut vouloir remettre cela en cause :

- erreur d'interprététation ou de mesure
- la cause du dipole est autre chose que notre mouvement
- on ne croit pas au big-bang.
- ......

Peut-on faire une analyse indépendante du repère ? Le résultat sera indépendant de l'interprétation du FDC. S'il est identique, ce sera une preuve supplémentaire pour l'interprétation standard, et donc des modèles de big-bang.

RECONSTRUCTION du CHAMP des VITESSES PROPRES

Si l'on observe distance propre et décalage, on déduit la composante radiale V_r de la vitesse propre. (problème d'erreurs systématiques ou non, de biais statistiques...)

On n'observe que la composante radiale V_r de **V** (1 sur 3). On n'a donc qu'une information partielle. Pour reconstituer il faut faire une hypothèse supplémentaire : par exemple que le champ de vitesses est potentiel (irrotationnel). Il est en général admis que c'est le cas aux grandes échelles (linéaires) qui nous concernent ici.

On suposera donc **V**= **grad** ψ. Cette hypothèse permet en principe de reconstituer , à partir de V_r, les composantes inconnues du champ des vitesses **V**(x). Ou bien le potentiel cinétique ψ. Dekel, Bertschinger (*et al*) proposent une méthode POTENT pour effectuer cetter reconstruction :

V= **grad** ψ implique $V_r = d\psi / dr$
et, par intégration :

$$\psi(r,\mathbf{d}) = \int_O^r V_r(r,\mathbf{d})$$

r est la distance à l'origine (notre galaxie), **d** est une direction à partir de ce centre.

Cette méthode exige un lissage. de lisser la composante radiale d'un champ vectoriel : opération mal controlée. Elle fournit le potentiel cinétique, avec des incertitudes difficiles à estimer.

Pour le moment, pas de résultat concurrent permettant de juger de la réalité des résultats de POTENT. Une méthode basée sur les transformations en ondelettes a été construite (Rauzy, MLR, Henriksen). Elle a des défauts et des qualités différentes mais elle permet de controler les erreurs et les biais.

Des résultats prélimibnaires suggèrent que les incertitudes szur la recontructionpâr POTENT sont élevées.

Ensuite la dynamique doit fournir la relation entre ψ et le potentiel gravitationnel ϕ qui en est à l'origine.

Reconstitution de champs de vitesses cosmiques par une méthode d'ondelettes.

(Rauzy, Lachièze-Rey, Henriksen)

On mesure **z** et **D**. On en déduit V_r.

On dispose en pratique d'un catalogue de vitesses radiales $V_r(r_i)$ mesurées aux emplacements r_i de certaines galaxies.

$\mathbf{V} = \nabla\ \psi$, où ψ est le **potentiel cinétique**.

Si l'on connait ψ , on peut reconstituer le reste :

- $\mathbf{V}_{tangentiel} = \nabla_{tangentiel}\ \psi$
- $div(\mathbf{V}) = \Delta\psi$
- avec l'hypothèse linéaire,
  le potentiel gravitationnel $\phi(\mathbf{x}) = A\ \psi(\mathbf{x})$
  et la distribution de masse $\rho = \frac{1}{4\pi G}\ \Delta\phi$.
- reconstitution des conditions initiales (démarche lagrangienne)

....

Comment trouver ψ? En inversant la formule

$$V_r = \frac{d\psi}{dr} \qquad \text{soit :} \qquad \psi(r) = \int_0^r V_r(r)$$

Dekel et Bertschinger ont défini la méthode **POTENT** qui effectue cette intégration radiale, en partant du centre (la position de l'observateur) pour donner ψ. Ensuite, ils dérivent tout le reste.

Quelques inconvénients de POTENT :

• On propage les erreurs depuis le centre vers les bords de l'échantillon.

• On est obligé d'effectuer un lissage du champ des vitesses avant l'intégration :

- choix d'une fonction fenêtre et d'une longueur de lissage
- lissage d'un champ vectoriel (!)

- pour dériver les quantités annexes, on doit d'abord calculer le potentiel ; pouis ensuite redériver.

Notre méthode d'ondelette n'a pas ces défauts (elle en a d'autres). elle apparaît complémentaire.

Ondelettes :

• transformée de Fourier

$f(x)$ -------> $Fg_k = \int g(x) \exp^{(ikx)} dx$

(la fonction exp n'est pas localisée).

• transformée d'ondelette

$f(x)$ -------> $Wg^S(x) = f \otimes w^S$

$w^S(x)$ est l'**ondelette à l'échelle S**,
définie comme dilatiation d'une **ondelette-mère** $w(x)$,
par $w^S_{(x)} = w_{(x/S)}$.

Pour être une ondelette, $w(x)$ doit être d'intégrale nulle et de carré sommable .

$$\int w(x) \, dx=0$$

$$\int w(x)^2 \, dx < \infty.$$

A toute fonction f on fait correspondre la famille de ses transformées d'ondelette $Wf^S_{(x)}$

f-----------> Wf^S -----------> $W(Wf^S)$

On appelle $W(Wf^S) = f^{(S)}$ la
"composante de f à l'échelle S" :

Théorème de reconstruction :

$$f = \int dS \, f^{(S)}.$$

[Nous avons généralisé à 3 dimensions et appliqué à des champs de vecteurs.]

Noyau

f----------> Wf^{S} ----------> $f^{(S)}$

On peut écrire directement : $f^{(S)} = f \otimes K$

où $K = w \otimes w$ est le **Noyau reproduisant**

Opérateur linéaire

O est un opérateur linéaire (Par exemple, O est le gradient, ou bien l'opérateur inverse du gradient).

On connait f. On cherche $g = O\, f$. .,

En appliquant les théorèmes relatifs aux ondelettes, on montre facilement :

$$g = Of = Wf^{(S)} \otimes \omega^{S}, \qquad \text{où } \omega^{S} := O\, w^{S}.$$

Autrement dit

1) On applique l'opérateur O à l'ondelette w, ce qui donne une 'pseudo-ondelette' ω.

2) On applique l'ondelette W à f, ----> Wf.

3) On applique la pseudo-ondelette ω à Wf.

Application :

$$f = V_{r=V_r}$$

$$g(x) = O\, f = \int_0^1 V_r(l.x)\, dl.$$

(inverse du gradient radial)