

Harmonie du Monde

M. Lachièze-Rey

Harmonie du Monde

Nombres et **géométrie**

Proportion, **Symétries**

Unification

Musique

Pythagore, présocratiques

Platon et Aristote : cercles et sphères, polyèdres (= solides platoniciens)

Kepler, Galilée, Newton ...

Relativité générale, physique quantique,

Cordes,...

Cercles et sphères dans les systèmes du Monde

Cercle et de la sphère = figures **parfaites, harmonieuses, symétriques**

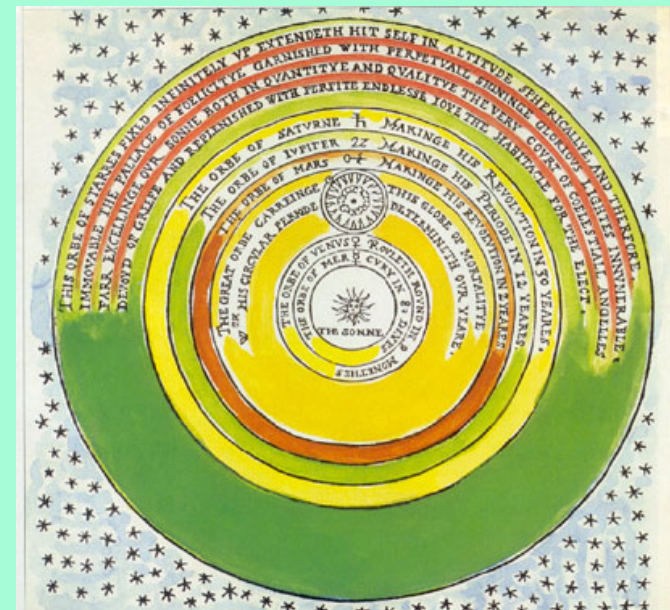
Éléments de base pour la structure du ciel **parfait**.

Platon et Aristote :

Terre au centre

structure concentrique de sphères
emboîtées

Épicycles : combinaison de cercles

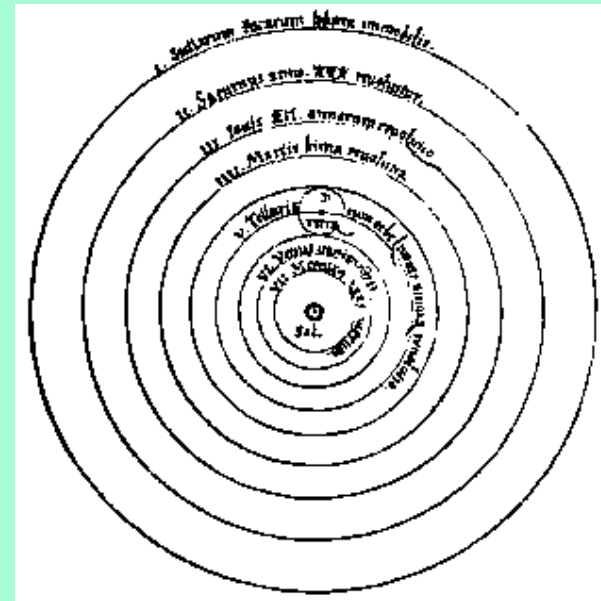


Système du Monde de Copernic

:

Changement de centre

Toujours les mouvements circulaires



Divine Proportion (1509), Luca Pacioli :

Cinq corps, dans la nature, sont produits,
corps naturels appelés simples,
parce que, à la formation de tout corps composé
ils concourent tous, réunis en un certain ordre.
Ils furent créés nets et purs.
On les nomme les quatre éléments et le ciel ;
ce sont eux dont Platon veut que la représentation
donne l'être à des fruits infinis.
Mais parce que la nature a horreur du vide.
Aristote dans [son traité] du *ciel et du monde*
a voulu les placer, sans les représenter.
Cependant le profond esprit géométrique
de Platon et d'Euclide se plut à en présenter
cinq autres qui s'inscrivent dans la sphère,
corps réguliers et d'aspect agréable,
égaux de côtés et de bases comme on peut les voir,
et jamais on n'en peut former un sixième.

Les corps parlent au lecteur

Johannes Kepler

(1571 - 1630)

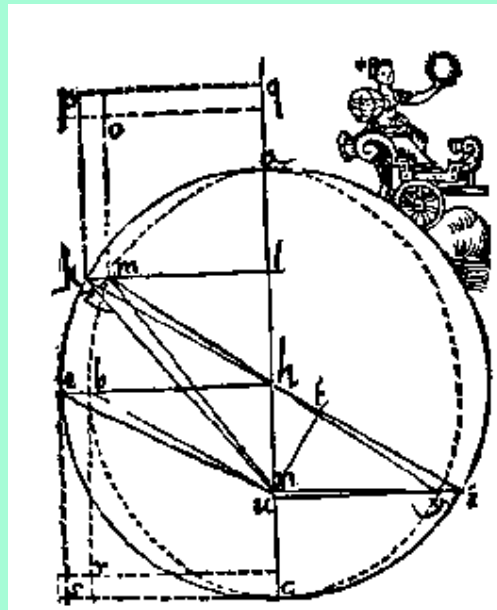


Il déclare vouloir rechercher
"les causes des nombres, tailles
et mouvements des planètes sur leurs orbites".

- Il se propose de glorifier Dieu, responsable de l'organisation harmonieuse du monde. Il affirme voir dans les trois éléments astronomiques réputés fixes (les astres, le soleil et l'espace) le signe de la trinité divine. [*Harmonices Mundi*, 1619].

Les systèmes du Monde

Kepler : cercles --> ellipses



La coupe cosmique

[Mysterium Cosmographicum, 1596]

Kepler montre que les cinq solides platoniciens peuvent être précisément insérés entre les orbites des planètes, rendant compte ainsi de leur agencement, et ceci d'une manière unique ! Pour Képler, ravi, cela ne saurait être un hasard. Il l'interprète comme une manière nouvelle de rendre compte des symétries et de l'harmonie fondamentales qui règnent dans le ciel !

- Il entreprend le projet d'un distributeur de boissons, choisies et préparées en relation avec les polyèdres et les harmonies planétaires. Il va même jusqu'à en fabriquer une maquette.

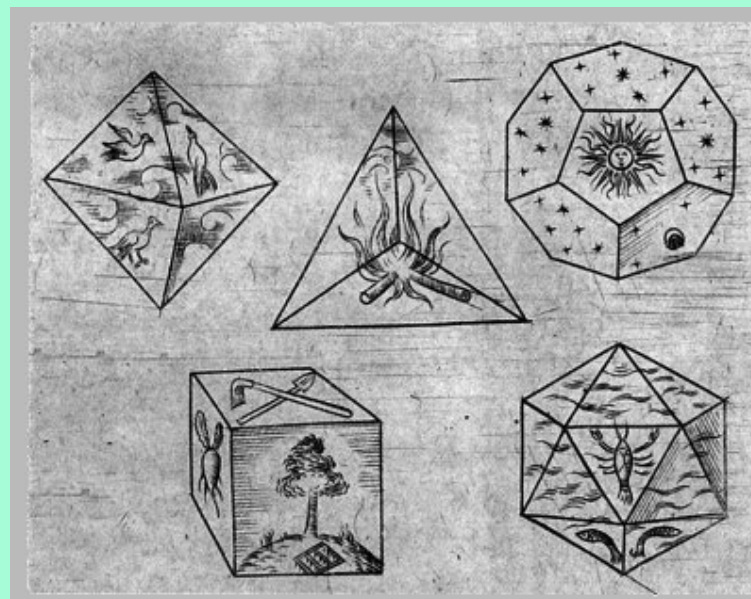
Kepler : harmonie du monde

Encore plus harmonieux ! (selon lui : harmonie des sphères)



“ La Terre chante MI, FA, MI afin que tu conjectures à partir des syllabes que la MISERE et la FAMINE prévalent dans notre domicile.”

Johannes Kepler, *Harmonices mundi*



Tycho Brahé

-

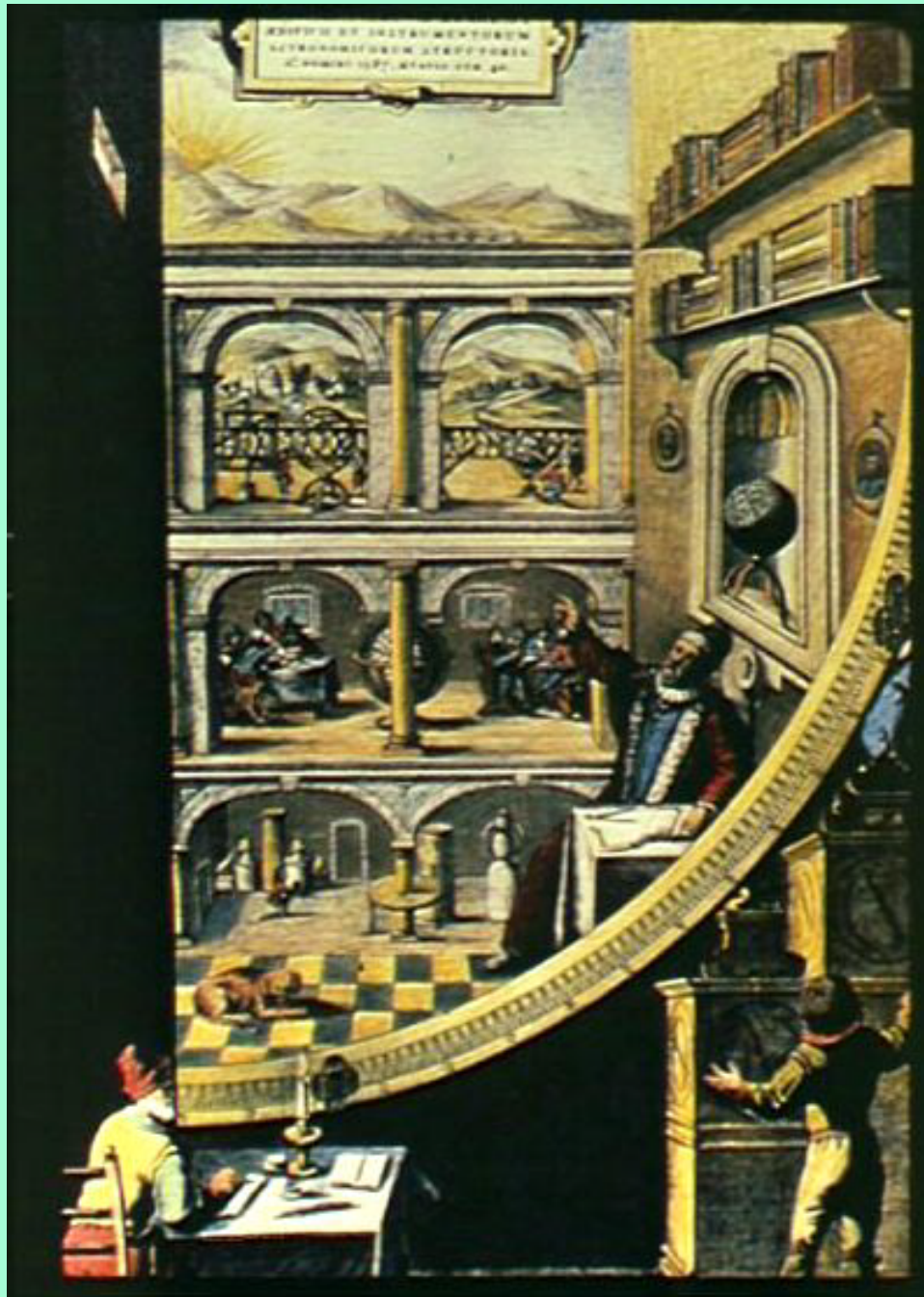


Lachière-Rey, St Tropez 2003

Tycho

- Tycho obtient les moyens de faire construire un château et un observatoire dans l'île de Hveen au Danemark. Il conçoit ce bâtiment dédié à l'astronomie, baptisé Uraniborg, en fonction des "justes proportions" mises à l'honneur par les théoriciens du Quattrocento, et appliquées à l'architecture européenne, notamment par Palladio (renvoi Quattrocento).
- **# I-39 J. Blaeu : Atlas major**
- (notice Copernic 127)
- p. 56 Plan d'Uraniborg
- **notice**
- Jean Blaeu, *Atlas major, sive cosmographia Blaviana*. Amsterdam, Jean Blaeu, 1662- in Fol

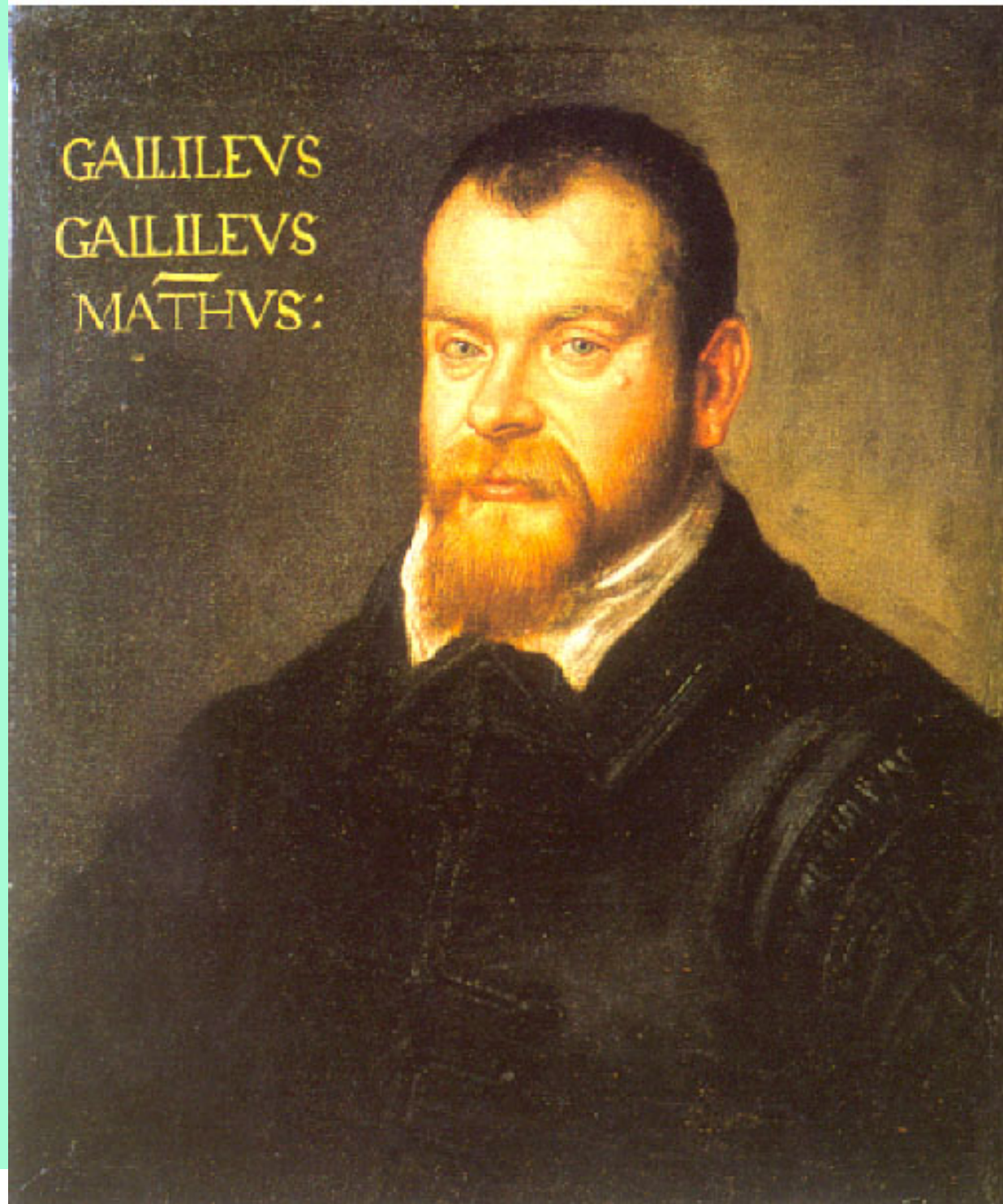
Lachièze-Rey, St Tropez 2003



Galilée (1564-1642)

«La philosophie est écrite dans ce vaste livre qui constamment se tient ouvert devant nos yeux (je veux dire l'Univers), et on ne peut le comprendre si d'abord on n'apprend pas à connaître la langue et les caractères dans lesquels il est écrit. Or il est écrit en langue mathématique, et ses caractères sont les triangles, les cercles et autres figures géométriques, sans lesquels il est humainement impossible d'en comprendre un mot, sans lesquels on erre vraiment en un labyrinthe obscur» (*Il Saggiatore* , 1623).

GAILILEVS
GAILILEVS
MATHVS:





Les systèmes du Monde

Newton : cadre géométrique : espace et temps géométrisés...

Espace + temps = cadre géométrique de la physique

Mouvement décrit par des vitesses, des forces = objets géométriques

Le monde = distribution de matière (régie par des forces) dans ce cadre géométrique

Problème cosmologique : quelle est l'extension du monde matériel dans ce cadre géométrique infini ?

Notre galaxie ? Univers-iles ?

Einstein

- "Quand, à une certaine occasion, j'ai demandé au professeur Einstein comment il avait trouvé la théorie de la relativité, il me répondit qu'il l'avait trouvée parce qu'il était tout à fait convaincu de l'harmonie de l'univers" rapporte Hans Reichenbach.
 - Cité par M. Paty in Einstein philosophe, PUF 1993

Relativité restreinte

Relativité restreinte :

cadre géométrique encore plus complet car il incorpore la cinématique (voir plus loin)

Espace + temps --> espace-temps

Ne change guère la vision cosmologique

Musiques célestes

« Écoutez en vous-même
Et regardez dans l'infini
De l'Espace et du Temps.

Là, on écoute le chant des Astres,
La voix des Nombres ;
L'harmonie des Sphères. »

- Hermès Trismégiste.

Cosmos et intervalles musicaux

- « Sur le haut de chaque cercle se tient une Sirène qui tourne avec lui en faisant entendre un seul son, une seule note ; et ces huit notes composent ensemble une seule harmonie . »
- Platon, La République, livreX

Harmonie universelle

les astres exécutent « le plus magnifique de
tous les chœurs »

(Platon , *Épinomis*).

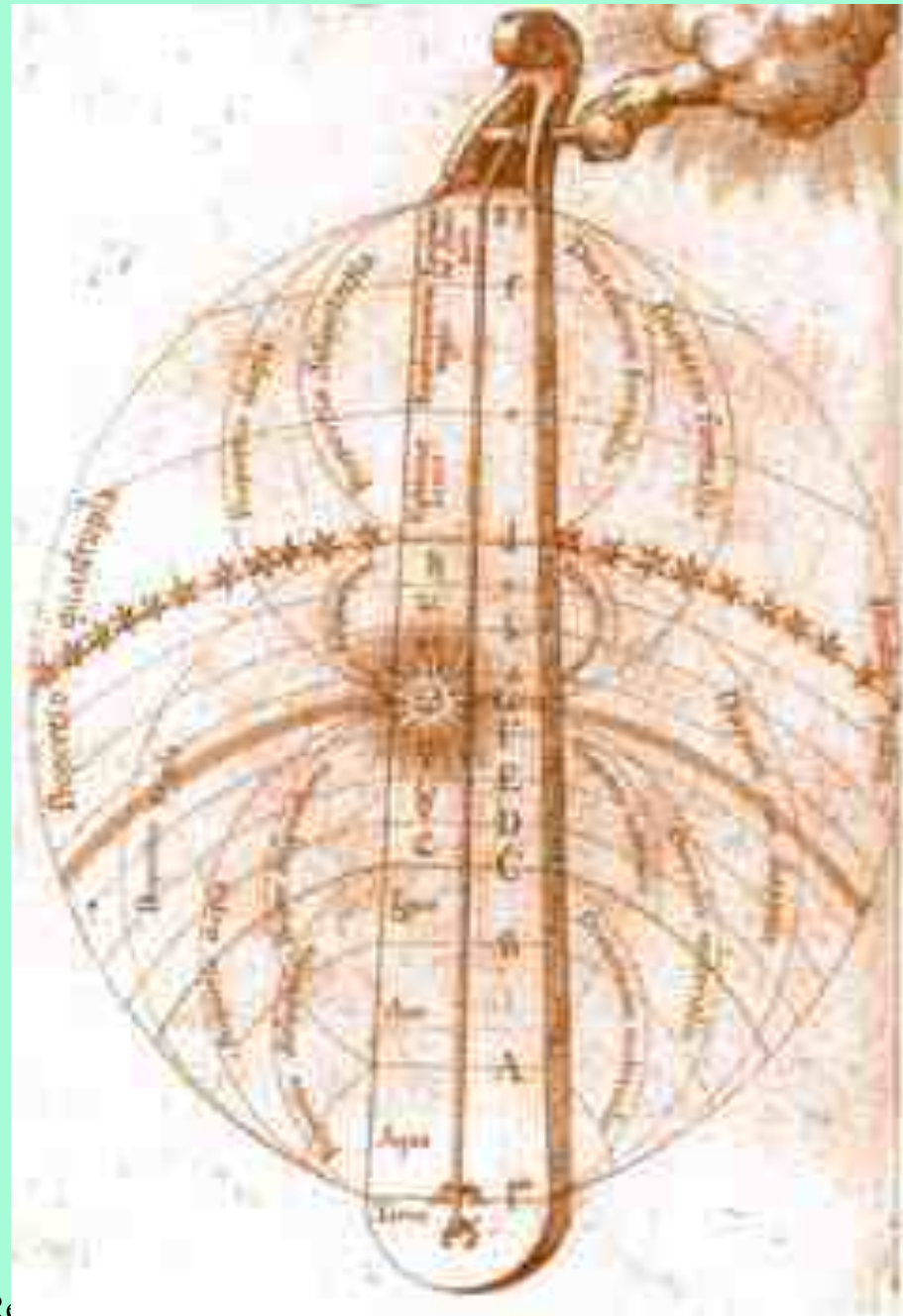
Harmonie universelle

les astres exécutent « le plus magnifique de tous les chœurs »

(**Platon** , *Épinomis*).

- Athanasius **Kircher** (*Musurgia universalis* , 1650)
“ la grande musique du monde,
cette merveilleuse correspondance des cieux,
des éléments et des créatures ”

- Robert Fludd
(*Utriusque Cosmi*, 1617)
Lyre cosmique



Songe de Scipion (Cicéron)

« Que se passe-t-il ? Quel est donc ce son qui remplit mes oreilles, si intense et si agréable ?

– Ce son provient des globes que tu vois : l'impulsion et le mouvement de ces orbes sont réglés selon certains intervalles inégaux, obéissant à des rapports de proportion très exacts. Les plus aigus sont tempérés par les plus graves, et leur équilibre donne différentes harmonies.

Le trajet le plus élevé, celui du ciel, qui transporte les étoiles, est très rapide et produit un son très aigu et perçant ; au contraire le trajet lunaire, le plus bas, produit un son extrêmement grave. Ces huit trajets, dont deux ont la même force, produisent par leurs intervalles sept sons différents ; car c'est ce nombre qui est la clé de presque toutes choses.

Mais vous les hommes, vos oreilles sont assourdies, parce qu'elles sont emplies de ce son. Vous êtes comme ceux qui habitent à Catadupa, au bord des chutes du Nil : le fracas immense fait que ce peuple n'entend même plus. C'est ce qui se passe pour le son que produit l'univers en tournant si rapidement : il est si intense que les oreilles des hommes sont incapables de l'entendre, tout comme vous ne pouvez regarder le soleil . »

Cicéron, «Le Songe de Scipion», La République, livreVI, Les Belles Lettres, p.172.

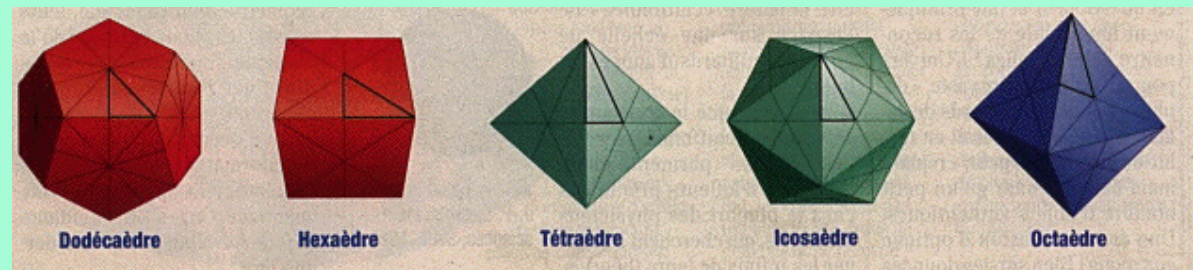
Géométrisation de la physique

Déjà chez Platon et Aristote :

Représentation de la matière par des combinaisons d'éléments

Éléments représentés par les polyèdres.

Chaque polyèdre caractérise certaines symétries.



La relativité restreinte

Une vue géométrique :

Passage de espace + temps à l'espace-temps :

Unification par la géométrie

Solution du problème de l'éther électromagnétique

3 dimensions --> 4 dimensions

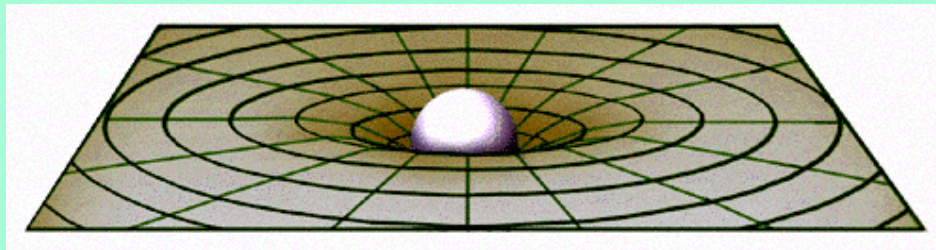
Nouvelles symétries

La relativité générale

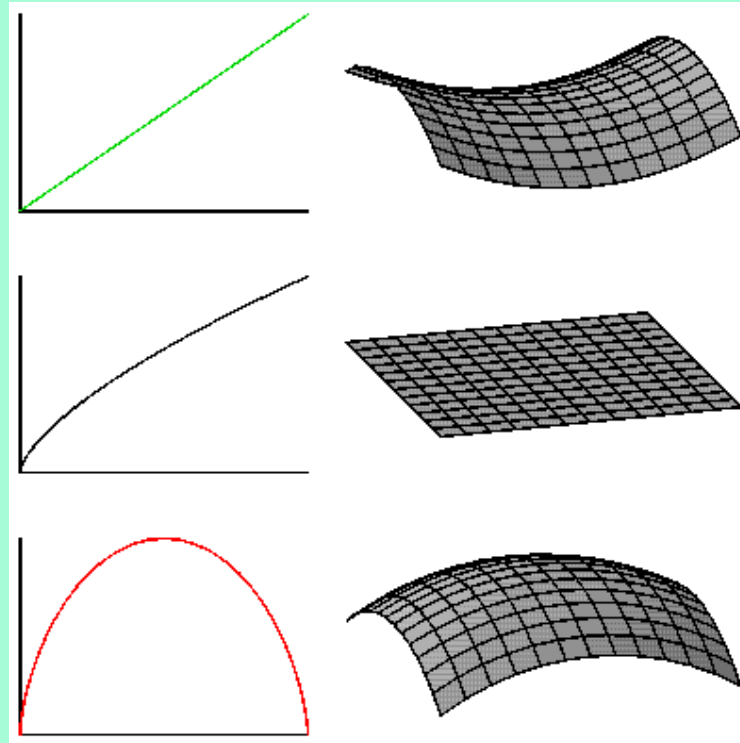
L'espace-temps a une forme, qui s'exprime par une courbure (un tenseur de courbure)

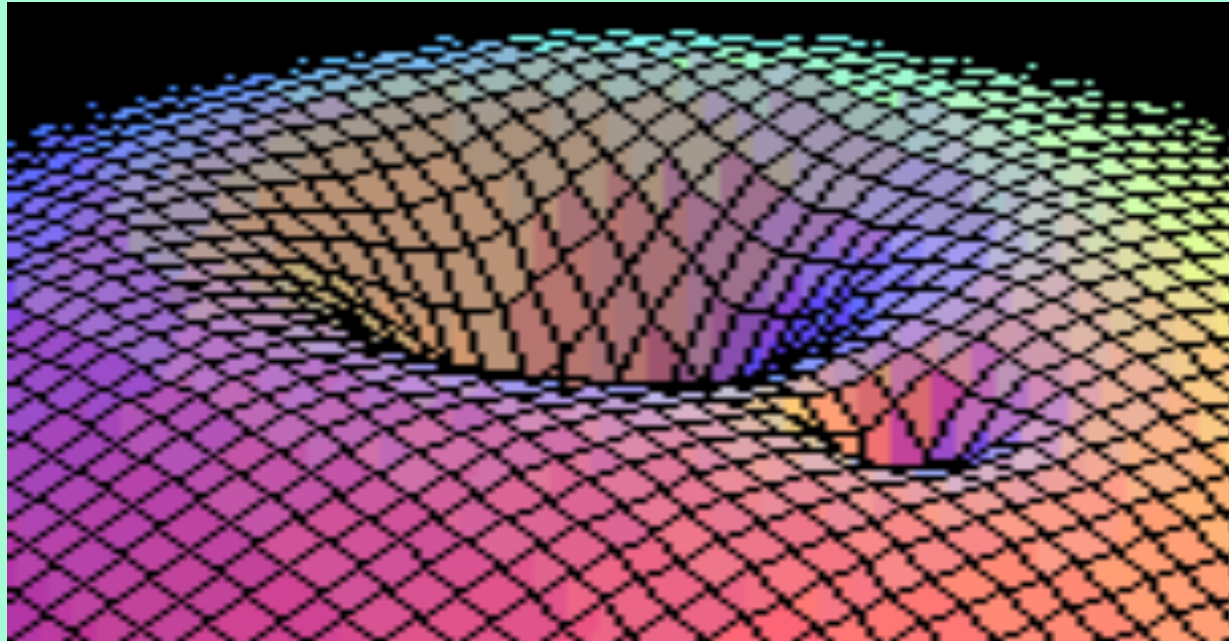
Courbure (= géométrie) = gravitation

L'interaction gravitationnelle est représentée comme un pur effet (courbure) de la géométrie (de l'espace-temps)

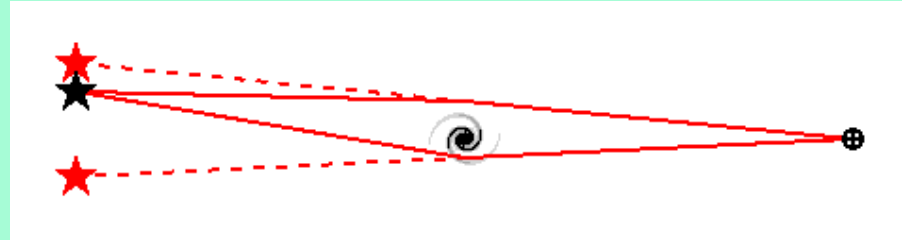


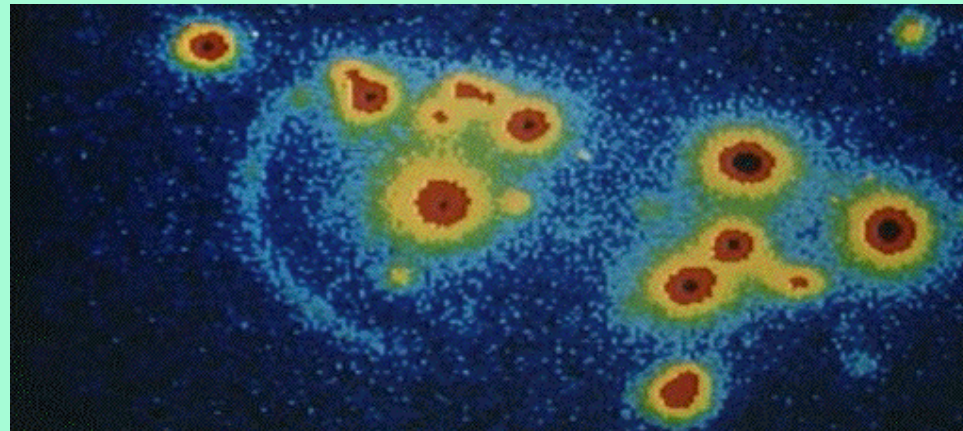
Courbure de l'espace





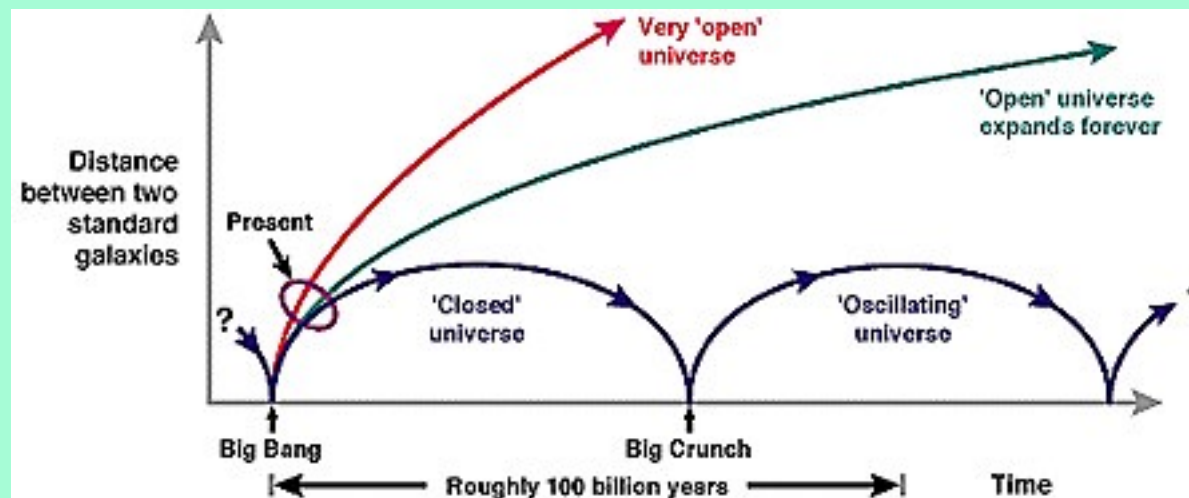
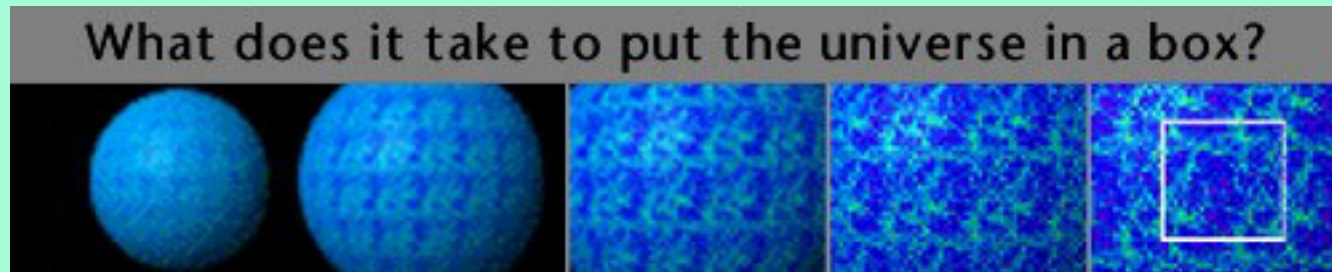
Lachière-Rey, St Tropez 2003



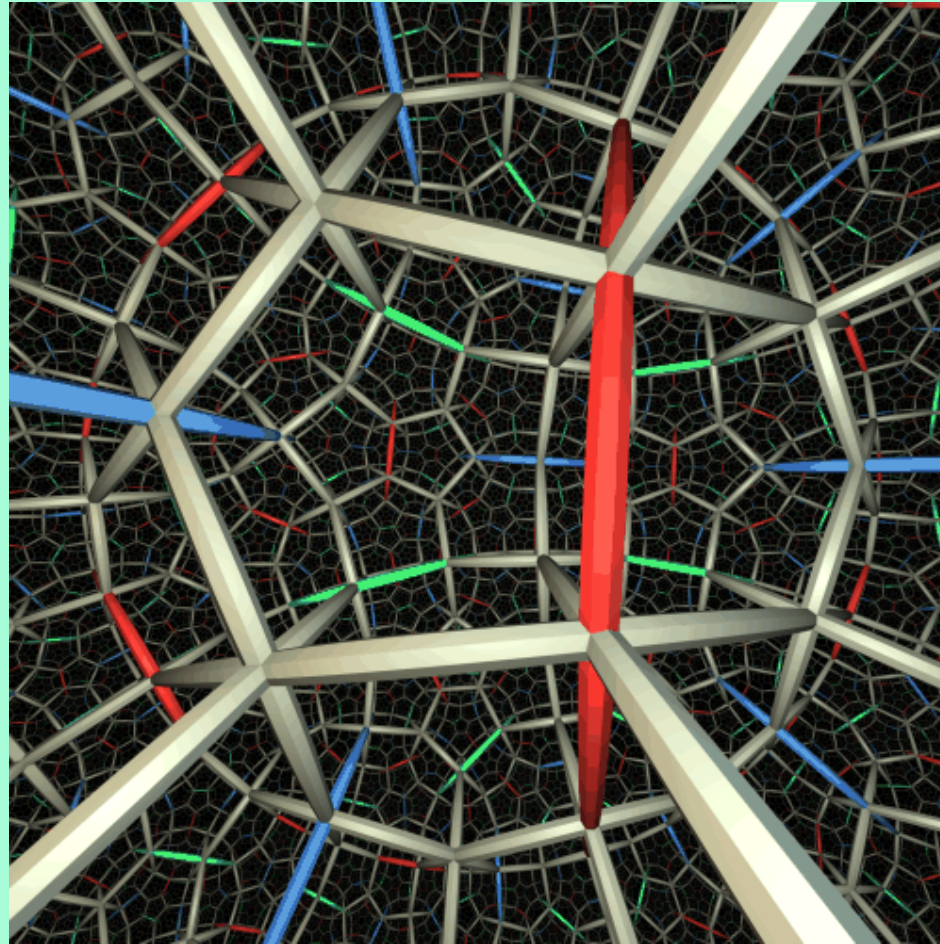


Cosmologie relativiste

- Univers en expansion



Topologie de l'espace



Lachière-Rey, St Tropez 2003

Symétrie

Aujourd'hui les mathématiques représentent une symétrie par [l'invariance par rapport à] **un groupe** [de transformations].

C'est un groupe de Lie.

C'est en même temps une variété (= un « espace »).

La distinction entre espace et symétrie disparaît:

Interaction = géométrie = symétrie

On classe les interactions par les [groupes de] symétries

On classe les particules par leurs interactions.

unifier

Marier les géométries

Analogies :

Aristote --> Newton

Newton --> relativité restreinte

Espace-temps + Internat --> FOND

Avec des dimensions supplémentaires: D

Ex.1 théorie des cordes.

Dans ce cas la supersymétrie impose $D=10$: supercordes

supercordes

La supersymétrie impose $D=10$: supercordes

Les êtres fondamentaux ne sont plus des particules

Nouvelle géométrie

Géométrie « quantifiée »

On savait quantifier la matière (ou rayonnement).

Il s'agit de quantifier la géométrie:

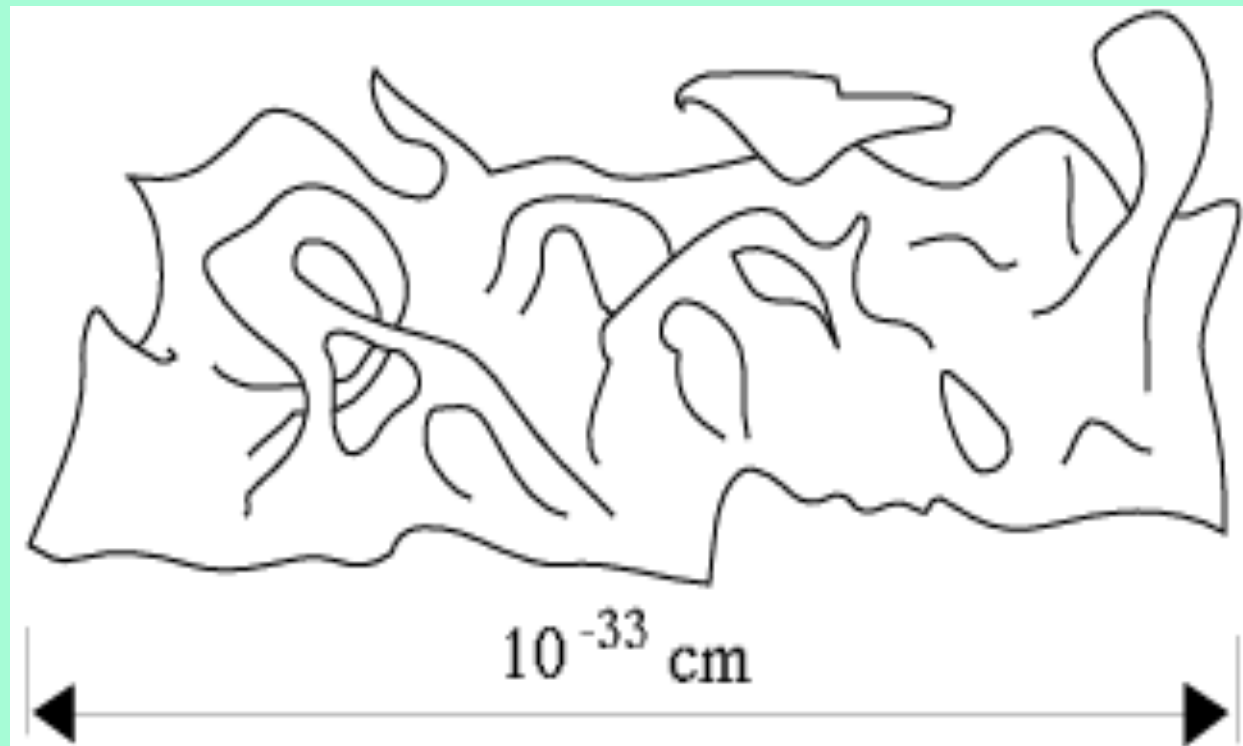
Géométrie --> géométrie non commutative.

Ex.:

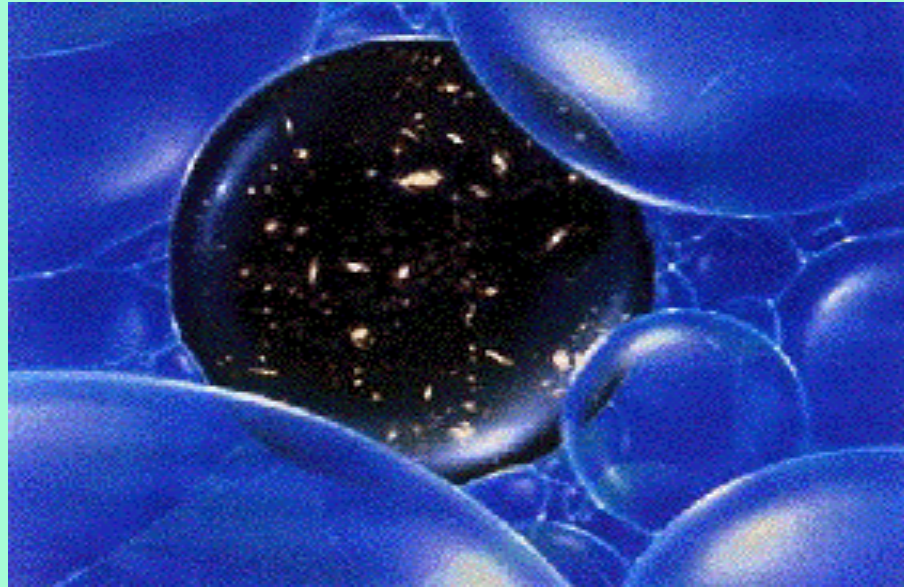
Dynamique d'une particule = espace des phases

--> espace des phases non commutatif

Écume d'univers



Écume d'univers



Courbure [pseudo-]riemannienne

Le choix d'une métrique g définit canoniquement
la connexion de **Lévi Civita** : D

Le tenseur de courbure de cette connexion est aussi le tenseur de courbure associé à la métrique = **tenseur de Riemann**.

$$R(X,Y) Z = D_Y D_X Z - D_X D_Y Z + D_{[X,Y]} Z$$

Il est plus commode de définir un tenseur 4 fois covariant

$$R(X,Y,Z,T) = g(R(X,Y) Z, T)$$

Mais c'est la même information

Réseaux de spins

On définit un réseau de spins comme une combinaison linéaire de boucles.

Il est défini par ses côtés e_i et les vertex

Règle : l'intersection de deux côtés définit un vertex.

Les RS forment un espace de Hilbert.

Un état quantique de la géométrie (de l'espace) = un réseau de spin.

Ce n'est pas un objet classique : les côtés n'ont pas de longueur définie.

Chaque côté est défini non pas comme une longueur (vision classique) mais comme un opérateur.

Cela doit permettre de définir la courbure de l'espace.

Nous avons vu qu'elle est liée à $SO(3) == SU(2)$.

C'est un opérateur dans ce groupe = un opérateur de spin.

À chaque côté est associé un opérateur de spin j_i .